

MODELADO DE SISTEMAS MECÁNICOS TRASLACIONALES

Definiciones

Las variables más comunes utilizadas para describir los movimientos de traslación en sistemas mecánicos son:

x	desplazamiento (m)
v	velocidad (m/s)
a	aceleración (m/s ²)
f	fuerza (N)

Otras variables adicionales de interés son:

w	energía (J)
p	potencia (w)

La potencia aplicada a un móvil que se desplaza a velocidad v es,

$$p = f \cdot v \quad (1)$$

y corresponde a la velocidad con que la energía es aplicada o disipada,

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (2)$$

Elementos de los sistemas mecánicos traslacionales

Masa

La segunda ley de Newton establece que la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la velocidad de cambio de la cantidad de movimiento, que en el caso más común de masa M constante da lugar a la siguiente ecuación:

$$M \frac{dv}{dt} = f \quad (3)$$

La energía puede ser almacenada en forma de energía cinética si la masa se encuentra en movimiento y en forma de energía potencial si presenta un desplazamiento vertical relativo respecto a su posición de referencia.

La energía cinética vale,

$$w_c = \frac{1}{2} M \cdot v^2 \quad (4)$$

La energía potencial para un campo gravitatorio uniforme vale,

$$w_p = M \cdot g \cdot h \quad (5)$$

Fricción

Las fuerzas que son funciones algebraicas de la velocidad relativa entre los cuerpos se modelan por elementos de tipo fricción.

$$f = C \cdot \Delta v \quad (6)$$

Donde C tiene unidades de N·s/m y Δv = velocidad relativa.

El sentido de la fuerza de fricción es tal que tiende a oponerse al movimiento relativo.

Elasticidad

Un elemento mecánico que sufre un cambio de forma cuando se le aplica una fuerza, puede ser caracterizado por un elemento elástico si existe una relación algebraica entre la fuerza aplicada y la elongación producida. El elemento elástico más común es el resorte.

La relación entre la fuerza y la elongación es la curva característica del resorte.

Para un resorte lineal la curva es una línea recta y por tanto,

$$f = K \cdot x \quad (7)$$

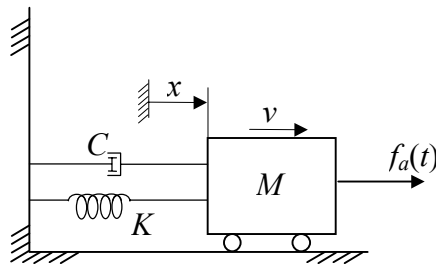
donde K es la constante del resorte (N/m).

La energía potencial almacenada en un resorte lineal es,

$$w_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2 \quad (8)$$

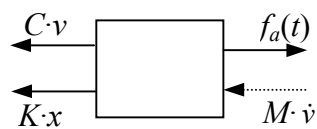
Ejemplo

Modelar matemáticamente el sistema mecánico indicado en la figura suponiendo que la masa se mueve horizontalmente sin rozamiento apreciable y que el resorte y el elemento de fricción tienen comportamiento lineal.



Solución

Se sustituyen las fuerzas por su valor en el diagrama de sólido libre, aplicando las leyes de Newton (o el principio de D'Alembert)



La suma de todas las fuerzas debe ser nula:

$$f_a(t) - (M \cdot \dot{v} + C \cdot v + K \cdot x) = 0$$

con lo que la ecuación diferencial queda de la forma:

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + K x(t) = f_a(t)$$